**Список вопросов**

**матанализ 3 семестр**

1. Сходимость и расходимость числовых рядов. (Дать все необходимые определения, доказать необходимое условие сходимости числовых рядов).
2. Критерий Коши сходимости ряда. (Доказать его, критерий сходимости числового ряда через остаток и два следствия).
3. Положительные ряды. Эталонные ряды. (Доказать критерий сходимости положительного числового ряда, исследовать на сходимость геометрический и гармонический ряды).
4. Признаки сравнения рядов. (Доказать три признака сравнения положительных числовых рядов).
5. Признаки сходимости рядов. (Доказать признаки Даламбера и Коши сходимости положительных числовых рядов, сформулировать признак Раабе и признак Гаусса.)
6. Интегральный признак сходимости ряда. (Доказать интегральный признак сходимости положительного числового ряда).
7. Обобщённый гармонический ряд. Степенной признак сравнения.
8. Знакопеременные ряды. (Дать необходимые определения. Доказать теорему Лейбница).
9. Преобразование Абеля.
10. Признаки Абеля и Дирихле. (Доказать признаки Абеля и Дирихле сходимости числовых рядов).
11. Абсолютная и неабсолютная сходимость. (Дать определения, доказать теорему о сходимости абсолютно сходящегося числового ряда, привести примеры).
12. Структура абсолютно и условно сходящихся рядов с действительными членами. (Доказать критерий абсолютной сходимости и необходимое условие неабсолютной сходимости числовых рядов).
13. Перестановка членов ряда. (Дать определение, доказать теорему о перестановках абсолютно сходящегося числового ряда и теорему Римана).
14. Группировка членов ряда. (Дать определение, доказать теорему о группировке сходящегося числового ряда, обосновать три следствия).
15. Бесконечные произведения. (Дать определения, привести примеры. Доказать необходимое условие сходимости произведения, обосновать следствие из неё).
16. Связь произведений и рядов (Доказать три теоремы о связи бесконечных произведений и числовых рядов).
17. Поточечная сходимость и равномерная сходимость функциональной последовательности .
18. Критерий Коши равномерной сходимости функциональной последовательности. Супремальный критерий для функциональных последовательностей (Доказать эти критерии, обосновать два следствия из супремального критерия).
19. Равномерная сходимость функциональных рядов: определение, критерий Коши равномерной сходимости и необходимое условие равномерной сходимости функционального ряда.
20. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда (Дать определение числовой мажоранты, доказать признак, привести пример, сформулировать замечание).
21. Признаки Абеля, Дирихле и Лейбница равномерной сходимости функционального ряда.
22. Равномерная сходимость положительных функциональных рядов. (Доказать теорему Дини для функциональных рядов, сформулировать теорему Дини для функциональных последовательностей).
23. Непрерывность суммы функционального ряда. (Доказать теорему Стокса–Зайделя для рядов, сформулировать аналогичную теорему Стокса–Зайделя для функциональных последовательностей, привести два замечания).
24. Почленный переход к пределу функционального ряда. (Доказать теорему о почленном переходе к пределу, привести три замечания).
25. Интегрирование рядов функций. (Доказать теорему о почленном интегрировании функционального ряда, привести два замечания).
26. Дифференцирование рядов функций. (Доказать теорему о почленном дифференцировании функционального ряда, привести два замечания, сформулировать аналогичную теорему для функциональных последовательностей).
27. Локальная равномерная сходимость функциональных последовательностей и рядов.
28. Степенные ряды. Радиус сходимости степенного ряда. (Дать необходимые определения, доказать теорему Абеля и следствие из нее, привести примеры с указанием множества сходимости степенного ряда).
29. Вычисление радиуса сходимости степенного ряда. (Доказать теорему Коши–Адамара и формулу Даламбера о радиусе сходимости, привести примеры).
30. Равномерная сходимость степенного ряда. (Доказать три леммы, следствие и теорему о равномерной сходимости степенного ряда).
31. Функциональные свойства степенных рядов. (Обосновать теорему о непрерывности, доказать следствие из нее. Доказать теоремы об интегрировании и дифференцировании степенных рядов, сформулировать следствие).
32. Представление функций степенными рядами. Основные разложения. (Доказать теорему о представлении функции степенным рядом, привести основные разложения функций в степенные ряды).
33. Некоторые применения степенных рядов. (Привести примеры применения степенных рядов для приближенного или точного решения различных задач. В лекции было пять примеров).
34. Обобщение понятия интеграла. Определение несобственного интеграла первого рода НИ-1.
35. Вычисление НИ-1: фомула Ньютона–Лейбница, интегрирование по частям, замена переменной, примеры.
36. Свойства НИ-1. (Доказать пять свойств НИ-1).
37. Связь НИ-1 и рядов. (Доказать теорему о связи НИ-1 и рядов, пояснить ее геометрический смысл).
38. НИ-1 от положительных функций. (Доказать критерий сходимости НИ-1 от положительной функции и две теоремы о сравнении, привести степенной признак сходимости НИ-1, три замечания и пример(ы)).
39. Абсолютная сходимость НИ-1. (Дать необходимые определения, доказать теорему об абсолютной интегрируемости произведения функций, привести пример).
40. Признаки Абеля и Дирихле сходимости НИ-1. (Доказать лемму и указанные признаки, привести пример).
41. Выделение главной части. (Доказать теорему о выделении главной части в НИ-1, привести пример ее применения).
42. Определение несобственного интеграла II рода НИ-2.
43. Свойства НИ-2. (Сформулировать восемь свойств, доказать три из них на свой выбор).
44. НИ-2 от положительных функций. (Доказать критерий сходимости НИ-2 от положительной функции, привести замечание. Сформулировать три теоремы сравнения, следствия и замечание к ним).
45. Связь НИ-2 и рядов.
46. Признаки Абеля и Дирихле сходимости НИ-2.
47. Главное значение НИ-1. Его свойства. (Дать необходимые определения. Сформулировать четыре свойства, доказать два из них на свой выбор. Привести пример вычисления главного значения НИ-1).
48. Главное значение НИ-2. Определение и пример вычисления.
49. Равномерный частный предел функции. Определение и примеры.
50. Критерий Гейне существования равномерного частного предела функции. (Доказать критерий, сформулировать вытекающие из него четыре свойства равномерного частного предела).
51. Предельный переход в ИЗОП. (Дать определение ИЗОП, доказать теорему о предельном переходе в ИЗОП и три следствия из неё).
52. Интегрирование и дифференцирование ИЗОП. (Обосновать, в каких случаях возможно изменение порядка интегрирования в интеграле от ИЗОП, доказать теорему о дифференцирование ИЗОП.).
53. ИЗОП с переменными пределами. Формула для вычисления.
54. Определение НИЗОП-1.
55. Равномерная сходимость НИЗОП-1. (Дать определение, доказать критерий Коши равномерной сходимости НИЗОП-1).
56. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости НИЗОП-1. (Доказать признак и сформулировать следствие из него.).
57. Признаки Абеля и Дирихле равномерной сходимости НИЗОП-1. (Доказать вспомогательную лемму и признаки Абеля и Дирихле, привести пример(ы)).
58. Равномерная сходимость НИЗОП-2.
59. Признак Дини равномерной сходимости НИЗОП-1. (Доказать признак, привести замечание к нему).
60. Локальная равномерная сходимость НИЗОП.
61. Предельный переход в НИЗОП. (Доказать теорему о предельном переходе в НИЗОП-1, сформулировать аналогичную теорему для НИЗОП-2).
62. Непрерывность НИЗОП. (Обосновать справедливость теоремы о непрерывности НИЗОП-1, провести два замечания к ней.)
63. Дифференцируемость НИЗОП. (Доказать теорему о дифференцировании НИЗОП-1, сформулировать аналогичную теорему для НИЗОП-2 и еще два замечания).
64. Интегрирование НИЗОП. (Доказать теорему об интегрировании НИЗОП-1, сформулировать следствие из неё.)
65. Интегрирование НИЗОП в случаях бесконечных пределов. (Доказать соответствующую теорему).
66. Интегралы Эйлера, Дирихле, Лапласа, Фруллани, Эйлера–Пуассона, Френеля.

(Записать эти формулы, сделать вывод одной из них на свой выбор).

1. Интегралы Фруллани. (Доказать три теоремы об интеграле Фруллани).
2. Бета-функция и её свойства. (Дать определение, сформулировать 10 свойств, включая преобразование бета-функции, доказать любые три, привести примеры вычисления бета-функции).
3. Гамма-функция и её свойства. (Дать определение, доказать три свойства, построить график гамма-функции и её продолжения на отрицательные значения аргумента.)
4. Связь B- и Г-функций. (Доказать вспомогательную лемму и теорему о связи В- и Г-функций, сформулировать следствие из неё).
5. Формула понижения для Г-функции. Вычисление интеграла Эйлера–Пуассона как следствие из неё.
6. Определение и возможные приложения рядов Фурье.
7. Бесконечномерные евклидовы пространства. Норма функций.
8. Пространство интегрируемых функций.
9. Ортогональные системы функций.
10. Тригонометрический многочлен наименьшего отклонения. (Дать определение, доказать теорему о тригонометрическом многочлене наименьшего отклонения, сформулировать два следствия из неё).
11. Вычисление коэффициентов Фурье для 2\pi-периодических функций и функций произвольного периода.
12. Формула Дирихле и следствие из неё.
13. Теорема Римана–Лебега.
14. Принцип локализации. (Доказать теорему Римана о поведении ряда Фурье, привести замечание к ней).
15. Ряды Фурье только по синусам и только по косинусам.
16. Достаточные условия сходимости ряда Фурье в точке. (Доказать теорему об этом).
17. Достаточные частные условия поточечной сходимости ряда Фурье. (Доказать теорему об этом, сформулировать два следствия и замечания).
18. Основная мажоранта ряда Фурье.
19. Неравенство Бесселя. (Доказать неравенство Бесселя для ряда Фурье, привести два замечания).
20. Достаточное условие равномерной сходимости ряда Фурье. (Доказать вспомогательную лемму и теорему о равномерной сходимости ряда Фурье).
21. Комплексная форма ряда Фурье.
22. Сходимость в среднем. (Дать определения сходимости в среднем для функциональной последовательности и функционального ряда, описать связи с поточечной и равномерной сходимостью).
23. Сходимость ряда Фурье в среднем. (Сформулировать вспомогательную лемму. Доказать теорему о сходимости ряда Фурье в среднем).
24. Интегрирование рядов Фурье.
25. Интеграл Фурье как предельный случай ряда Фурье.
26. Дополнение к теореме Римана–Лебега.
27. Представление функций интегралом Фурье. (Доказать теорему, привести замечания к ней).
28. Интеграл Фурье для чётных и нечётных функций.
29. Интеграл Фурье в комплексной форме.
30. Преобразование Фурье.
31. Косинус- и синус-преобразования Фурье.

**+ Вопросы по ПОВИ**

1. Определение ПОВИ-1. Сведение к двойному интегралу. Применение в механике.
2. ПОВИ-2. Определение и сведение к двойному интегралу.
3. Физический смысл ПОВИ-2.
4. Формула Остроградского.
5. Формула Стокса.

**+ Дополнительные вопросы коллоквиум(ов)**